

# Geometrisches Freihandzeichnen an der Universität für Angewandte Kunst in Wien

Hans-Peter Schröcker

## Zusammenfassung

In diesem Text beschäftigen wir uns mit dem »Geometrischen Freihandzeichnen«. Neben einer Definition dieses Begriffs geben wir Argumente an, welche die Relevanz des Freihandzeichnens im modernen Geometrieunterricht belegen sollen. Einige dieser Argumente werden anhand von Übungs- und Prüfungsbeispiele, wie sie in der Geometrieausbildung an der Universität für Angewandte Kunst in Wien verwendet werden, erläutert.

## 1 Einleitung

Nach der Krise, in die die weite Verbreitung des Personal Computers den Geometrieunterricht gestürzt hat, befindet sich das Fach nun wieder am aufsteigenden Ast. Dies belegen zahlreiche neu entstehende Lehrveranstaltungen und Unterrichtsversuche, vor allem aus dem Bereich der dreidimensionalen Visualisierung am Computer. Die GeometerInnen waren bereit, sich den neuen Herausforderungen zu stellen, alten Ballast über Bord zu werfen und neue Unterrichtskonzepte zu entwickeln.

Diese Entwicklungen sind selbstverständlich zu begrüßen. Dennoch scheint es dem Autor, als würde ein zweites Gebiet, das durch die zunehmende Technologisierung ebenfalls an Bedeutung gewonnen hat, im Geometrieunterricht vernachlässigt. Es handelt sich dabei um das *geometrische Freihandzeichnen*, also im wesentlichen um die freihändige zeichnerische Darstellung nach geometrischen Regeln. Eine genauere Begriffsdefinition werden wir in Abschnitt 2 gegeben.

Weiters werden wir Gründe anführen, warum das Geometrische Freihandzeichnen einen wichtigen Platz in Lehrplänen vieler Studienrichtungen einnehmen sollte (Abschnitt 3). Diese Argumente werden in Abschnitt 4 durch Übungs- und Prüfungsbeispiele des Ordinariats für Geometrie der Universität für Angewandte Kunst in Wien untermauert.

## 2 Was ist Geometrisches Freihandzeichnen?

Unter *Geometrischem Freihandzeichnen* verstehen wir die freihändige grafische Darstellung von dreidimensionalen Objekten auf Papier wobei die folgenden Punkte erfüllt werden:

1. Die hauptsächlichen Zeichenwerkzeuge sind Bleistift und Papier. Ein fallweiser und sinnvoller Einsatz der klassischen Zeichengeräte oder des Computers ist aber nicht ausgeschlossen.
2. Bei der Darstellung wird Wert auf *geometrische Korrektheit* gelegt. Dazu werden die Regeln der Darstellenden Geometrie angewandt. Diese Regeln sind *angemessen* zu interpretieren, gegebenenfalls auch zu ergänzen oder zu erweitern.
3. Es werden *fiktive* Objekte dargestellt oder zumindest ein *fiktiven* Standpunkt verwendet. Dies dient zur Abgrenzung des Geometrischen Freihandzeichnens vom »Zeichnen nach der Natur«, bei dem prinzipiell verschiedene Techniken verwendet werden.
4. Es wird Wert gelegt auf die *Genauigkeit der Darstellung*. Dadurch unterscheidet sich das Geometrische Freihandzeichnen von Techniken des »Schnellskizzieren«, das im Geometrieunterricht zwar durchaus seinen Platz hat, aber nicht Thema dieses Artikels ist.

## 3 Warum Geometrisches Freihandzeichnen?

Wir kommen nun zur Frage, warum Geometrisches Freihandzeichnen in Kursen zur Darstellenden Geometrie einen wichtigen Platz einnehmen sollte. Es gibt natürlich einige mehr oder weniger offensichtliche Gründe, die für die Verwendung von Freihandskizzen sprechen. Zu nennen wären vor allem einmal die *Ökonomie der Darstellung* in bezug auf Material und Zeit. Für eine Freihandzeichnung reichen Papier und Bleistift, für eine klassische Konstruktionszeichnung der Darstellenden Geometrie benötigt man noch Zirkel und Lineal, für eine Computerzeichnung einen ganzen Computer. Weiters ist eine geometrische Freihandzeichnung, trotz ihrer beschaulichen Entstehung der klassischen Konstruktion und der Computerzeichnung an Geschwindigkeit in den meisten Fällen überlegen.

In Abschnitt 1 haben wir behauptet, dass das Freihandzeichnen durch die Verbreitung des Computers gefördert wird. Auf den ersten Blick ist das vielleicht überraschend, auf den zweiten hingegen durchaus naheliegend. Dreidimensionale Darstellungstechniken am Computer und Freihandzeichnen ergänzen sich nämlich optimal:

- Bevor man beginnt, ein komplexes Objekt am Computer zu entwerfen, fertigt man sinnvollerweise eine oder mehrere Freihandskizzen an. Diese erlauben eine rasche Beurteilung des Objektes und unterstützen das spätere Konstruieren am Rechner. Außerdem sind Änderungen in der freihändigen Entwurfsphase jederzeit leicht möglich.

- Eine am Computer photorealistisch gerenderte Szene lässt sich durch eine ergänzende, bewusst unvollkommene aber künstlerisch gestaltete Freihandzeichnung in ihrer Wirkung noch verstärken. Je perfekter das Computerbild, desto charmanter die Freihandzeichnung.

Ein weiterer Grund ist die *Motivation der Studierenden*. Gerade kreativ begabte StudentInnen, die im klassischen Unterricht und im Unterricht am Computer häufig zu kurz kommen, fühlen sich durch das Freihandzeichnen angesprochen. Außerdem ist die Fähigkeit, rasch korrekte Freihandskizzen anzufertigen, eine *notwendige Qualifikation* in vielen kreativen, technischen oder naturwissenschaftlichen Berufen.

Es gibt aber auch methodische und didaktische Argumente für das Freihandzeichnen. Diese sollen im folgenden Abschnitt mit Beispielen untermauert werden. Wir wollen zeigen, dass das Freihandzeichnen ausgezeichnet dazu geeignet ist, geometrischer Zusammenhänge zu vermitteln und die Raumvorstellung zu trainieren. Eine geometrisch korrekte Freihandskizze erfordert ein umfangreiches geometrisches Wissen, ihre Korrektheit kann anhand von objektiven Kriterien überprüft werden.

## 4 Beispiele

Wir stellen nun drei Beispiele vor, wie sie am Ordinariat für Geometrie der Universität für Angewandte Kunst in Wien zu Lehr- und Prüfungszwecken verwendet werden. Sie sollen bisherige Behauptungen stützen und als Anregung für die Entwicklung weiterer ähnlicher Beispiele dienen. Die vorgeschlagenen Lösungen und Beurteilungskriterien sind naturgemäß nicht endgültig. In Abhängigkeit von Unterrichtsaufbau und Lehrzielen können sie verkürzt, abgeändert oder ergänzt werden, wie dies ja auch in der klassischen Darstellenden Geometrie der Fall ist.

### Beispiel 1: Erdkugel

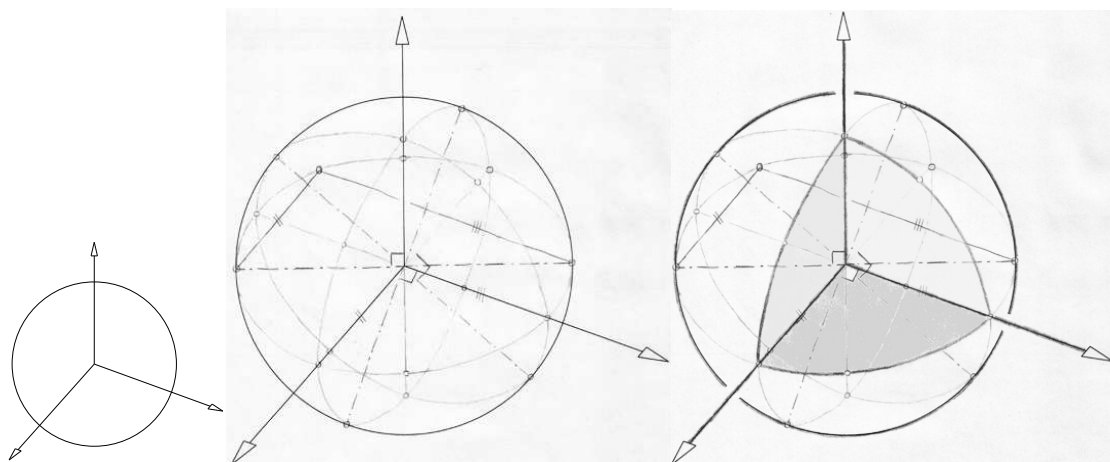


Abbildung 1: Angabe, Konstruktion und Ausfertigung der Beispiels »Erdkugel«.

Im ersten Beispiel ist eine normalaxonometrische Skizze der Erdkugel mit Äquator, Nullmeridian und  $90^\circ$ -Meridian anzufertigen. Anschließend ist ein von diesen Kurven begrenztes Achtel der Erdkugel auszuschneiden. Das entstehende Objekt ist anschaulich darzustellen. Abbildung 1 zeigt die Angabe, die fertige konstruktive Lösung und ein anschauliches Bild.

### **Konstruktion**

Zunächst hat man drei Großkreise auf der Kugel darzustellen. Ihre Bilder sind Ellipsen, deren Hauptachse normal auf das Bild der jeweiligen Kreisachse steht. Die Hauptachsenlänge ist gleich dem Kugelradius. Wir beginnen mit der Äquatorellipse. Um ihre Exzentrizität richtig einzuschätzen, ist es notwendig, sich einen weiteren Ellipsenpunkt zu verschaffen. Dies geschieht, nach dem Satz von Thales, durch Parallelverschieben der  $x$ - und  $y$ -Achse durch die Hauptscheitel der Äquatorellipse.

Der Null- und der  $90^\circ$ -Meridian werden im Prinzip gleich dargestellt. Allerdings sind bereits Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen bekannt. Auf die Ermittlung zusätzlicher Punkte kann daher verzichtet werden. Bei der abschließenden Ausfertigung ist wert darauf zu legen, dass die Schnittpunkte von zwei Kreisen auf den Koordinatenachsen liegen.

### **Bemerkungen zur Beurteilung**

- Die Verwendung orthogonaler oder paralleler Geraden ist *zu kennzeichnen*. Dies ist aus didaktischen Gründen empfehlenswert und für eine faire Beurteilung notwendig.
- Die Lage und Gestalt der Bildellipsen muss korrekt sein. Dies ist durch die angegebenen »Konstruktion« (ein Ersatz für die bekannte umgekehrte Papierstreifenkonstruktion) gewährleistet.
- Je zwei Bildellipsen müssen sich in zwei Punkten auf der Schnittgeraden ihrer Trägerebene treffen. Das Einhalten dieses Kriteriums beim Zeichnen der letzten Ellipse ist nur möglich, wenn bereits die erste Ellipse korrekt dargestellt wurde.

### **Beispiel 2: Schattenkonstruktion**

Im Beispiel »Schattenkonstruktion« (Abbildung 2), ist der Eigenschatten und der Schlag Schatten auf die Standebene des angegebenen Drehzylinderteils bei Parallelbeleuchtung zu konstruieren. Die entstehende Szene ist anschaulich auszufertigen.

### **Konstruktion**

Als erstes ermitteln wir den Schlagschatten des Zylinders auf die Standebene. Zu diesem Zweck benötigt man die sichtbare Eigenschattenerzeugende, die mit Hilfe von konjugierten Durchmesser des Basiskreises ermittelt wird, und einen Teil der Projektion des Deckkreises auf die Standebene.

Bei der Eigenschattengrenze im Inneren des Zylinders handelt es sich um einen Ellipsenbogen. Sein tiefster Punkt ist der Schnittpunkt der Schlagschattengrenze im Inneren

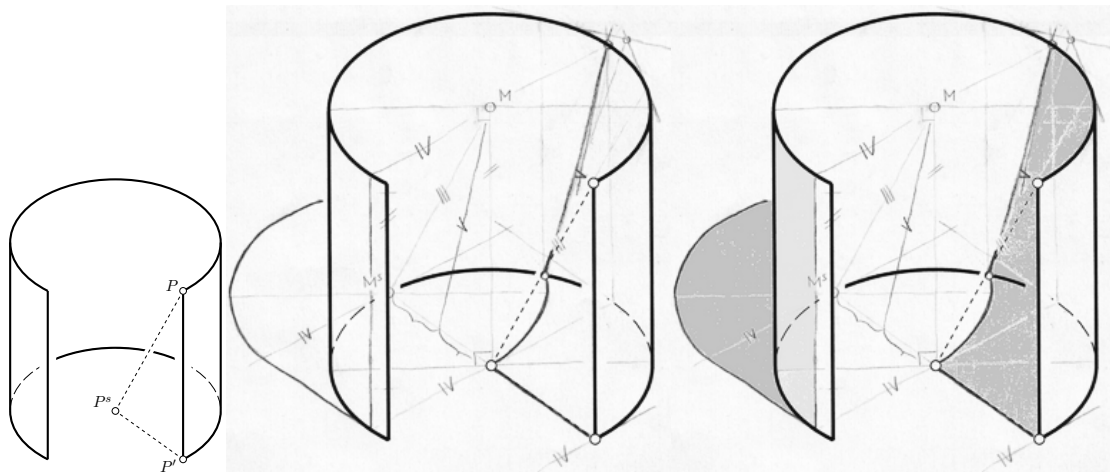


Abbildung 2: Angabe, Konstruktion und Ausfertigung der Beispiels »Schattenkonstruktion«.

mit dem Basiskreis, sein höchster Punkt liegt auf der verdeckten Eigenschattenerzeugenden. Um zu entscheiden, ob der Ellipsenbogen nach links oder nach rechts gekrümmt ist, kann man die Tangente im tiefsten Punkt als Schnittgerade des Zylinders und des Lichtstrahlzylinders ermitteln.

Nach einem Hinweis von Gunter Weiß, ist die zusätzliche Konstruktion der Tangente im höchsten Punkt ebenfalls empfehlenswert. Sie zeigt nämlich, dass der Ellipsenbogen nur ganz schwach gekrümmt ist. Nachdem diese Tangente parallel zur wahren Hauptachse der Ellipse ist, kann sie mittels der dargestellten platzsparenden Hilfskonstruktion ermittelt werden.

### Bemerkungen zur Beurteilung

- Korrekte Konstruktion des Schlagschattens: Der kreisförmige Teil der Eigenschattengrenze ist als Projektion des Deckkreises zu ermitteln, die Eigenschattenerzeugenden mit Hilfe konjugierter Durchmesser des Basiskreises.
- Die Krümmung der Eigenschattenellipse muss qualitativ und quantitativ richtig sein. Es muss sich also um einen schwach nach rechts gekrümmten Bogen handeln. Dazu dient die Ermittlung der Tangente in Start- und Endpunkt. Für eine rein qualitative Abschätzung lassen sich auch andere Möglichkeiten finden. Aus didaktischen Gründen kann man auch die gesamte Ellipse skizzieren zu lassen.

### Beispiel 3: Innenraumperspektive

Das letzte Beispiel (Abbildung 3) stammt aus dem Bereich der Perspektive. Es ist das Bild zu skizzieren, dass ein Beobachter vom Standpunkt  $E$  aus sieht, wenn er zur Tür des angegebenen zylindrischen Raumes hinausblickt. Die Abmessungen des Raumes sind

Radius:	3 m
Raumhöhe:	3 m
Türhöhe:	2 m

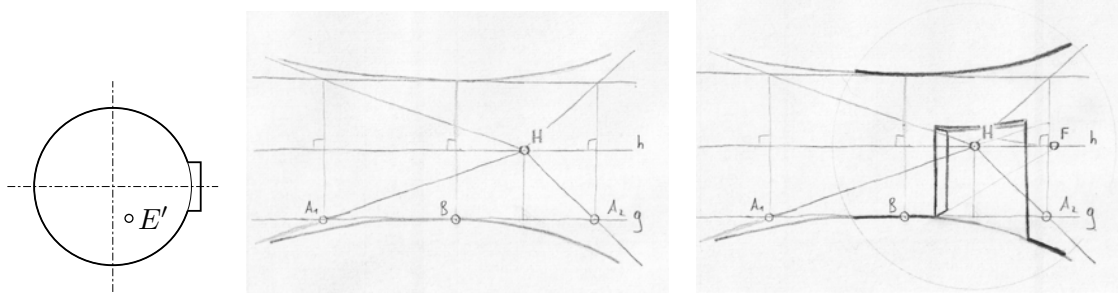


Abbildung 3: Angabe, Konstruktion und Ausfertigung der Beispiels »Innenraumperspektive«.

### Konstruktion

Die Zeichnung stützt sich auf die in Abbildung 4 dargestellte Skizze der Grundriss-situation mit allen relevanten Punkten auf Grundlinie und Horizont. Sie sollte im selben Maßstab erstellt werden wie die fertige Zeichnung. Der Basiskreis des Raumes erscheint als Hyperbel. Ihre Asymptoten haben die Spurpunkte  $A_1$  und  $A_2$  und – wegen der speziellen Angabe – den gemeinsamen Fluchtpunkt  $H$ . Außerdem wurde die Bildebene  $\pi$  so gewählt, dass sie den Basiskreis in einem Punkt  $B$  berührt. Für den Deckkreis gelten analoge Beziehungen.

Im perspektiven Bild beginnt man mit Grundlinie  $g$  und Horizont  $h$ . Die natürliche Aughöhe (1,5 m) entspricht dem halben Radius des zylindrischen Raumes. Am Horizont zeichnet man den Fluchtpunkt  $H$  ein, auf der Grundlinie die Punkte  $A_1$ ,  $A_2$  und  $B$ . Sie liefern die Asymptoten und ein Linienelement der unteren Hyperbel. Das Bild des Deckkreises kann analog ermittelt werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Raumhöhe das doppelte der Aughöhe beträgt. Schließlich wird noch die Tür mit Hilfe des Fluchtpunktes  $F_1$  eingepasst und das Bild innerhalb des Distanzkreises ausgefertigt.

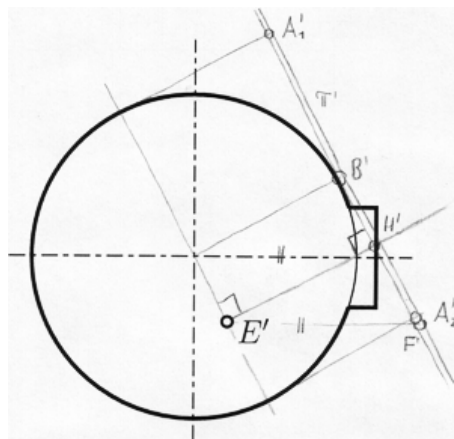


Abbildung 4: Grundriss-skizze.

### **Bemerkungen zur Beurteilung**

- Die Abstände auf Grundlinie und Horizont sind, genauso wie die Höhen, maßstäblich zumindest einigermaßen richtig aufzutragen. Dazu ist eine Grundrisskizze nicht unbedingt erforderlich aber zumindest am Anfang hilfreich.
- Der Studierende muss die Kreisbilder als Hyperbeln darstellen. Neben der korrekten Ermittlung von Punkten und Asymptoten muss insbesondere die charakteristische Annäherung an die Asymptoten im fertigen Bild erkennbar sein.

### **5 Abschließende Bemerkungen**

Bei den vorgestellten Beispielen handelt es sich ausschließlich um *schwierige* Beispiele. Der Studierende muss bereits ein vertieftes geometrisches Wissen erworben und ein Verständnis der geometrischen Zusammenhänge entwickelt haben, um sie zu lösen. An der Universität für Angewandte Kunst werden diese Beispiele als Teil einer Prüfung am Ende einer zweijährigen DG-Ausbildung verwendet. Den Studierenden werden dabei 15 Minuten pro Beispiel zugestanden.

Die Detailliertheit von einigen der verwendeten Freihandkonstruktionen lässt vielleicht die Frage nach ihrer Sinnhaftigkeit aufkommen. Neben den in Abschnitt 3 dargelegten didaktischen Gründen ist dazu noch zu bemerken, dass auf Seiten der künstlerisch orientierten Studierenden durchaus der Bedarf nach Detailkonstruktionen, wie etwa die Krümmung der Eigenschattengrenze in Beispiel 2, besteht.

Freihandzeichnen wird, zumindest in Österreich, überwiegend von ausgebildeten Künstlern unterrichtet. Das ist auch gut so, vor allem wenn man an die unterschiedlichen Ausprägungen dieser Disziplin denkt, die mit Geometrie nur am Rande zu tun haben. Dennoch ist es notwendig, auf diesem Gebiet auch geometrisches Wissen einzubringen. Zahlreiche Fehler in diversen Skripten oder Lehrbüchern sind ein Beleg dafür.

Lehrmaterial zum Geometrischen Freihandzeichnen steht, wohl wegen der stiefmütterlichen Behandlung im Geometrie- und Zeichenunterricht, kaum in gedruckter Form zur Verfügung. Der Autor hofft, dass dieser Text Anregungen zur Ausarbeitung eigener Beispiele liefert und dass die Unterrichtenden das große Potential erkennen, welches das Freihandzeichnen für den Geometrieunterricht bietet.

### **Danksagung**

Der Autor ist Georg Glaeser und Christian Perrelli (beide Universität für Angewandte Kunst Wien) zu Dank verpflichtet. Viele der vorgestellten Ideen und Beispiele sind nach Gesprächen mit Ihnen entstanden oder wurden überhaupt von ihnen entwickelt.