

Übungsaufgaben für Mathematisches Denken

Beispiel 1 Gegeben ist ein Dreieck mit den Eckpunkten $A(0,0)$, $B(3,0)$, $C(0,5)$. Man berechne die Koordinaten der Dreieckspunkte nach den folgenden ebenen Transformationen:

$$1. T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3. T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Man erkläre jede der auftretenden Transformationen und zeichne das Dreieck in seiner Ausgangslage und seiner Endlage. Wie groß ist die Determinante der jeweiligen Transformationen?

Beispiel 2 Eine Transformation ist durch Zusammensetzung der beiden Transformationen T_1 und T_2 aus Beispiel 1 gegeben. Wie lautet ihre Darstellung? Wie sind die Koordinaten des Bildpunktes von $P(2,3)$? Ist es egal ob zuerst T_1 und dann T_2 ausgeführt wird oder die Reihenfolge umgedreht wird?

Beispiel 3 Der Punkt $P(10,10)$ wird um den Ursprung verdreht. Wie lautet die Parameterdarstellung seiner Bahnkurve? Kann man aus dieser Parameterdarstellung eine implizite Gleichung berechnen?

Beispiel 4 Gegeben sind die vier Kontrollpunkte $\mathbf{b}_0 = (0,0)^t$, $\mathbf{b}_1 = (2,0)^t$, $\mathbf{b}_2 = (4,4)^t$, $\mathbf{b}_3 = (0,8)^t$. Man berechne den Bezierkurvenpunkt zum Parameterwert $t = \frac{1}{4}$. Weiters zeichne man das Kontrollpolygon samt dem berechneten Kurvenpunkt und skizziere danach den ungefähren Verlauf der Bezierkurve unter Beachtung der Bezierkurveneigenschaften.

Beispiel 5 Eine Raumkurve ist gegeben durch $\vec{x}(t) = (3t^3, t^2, t)$. Man berechne die Tangente und die Krümmung für den Parameterwert $t = 1$.

Beispiel 6 Gegeben sind die beiden Geraden $g_1 : 2x + 3y - 2 = 0$ und $g_2 : 5x - 7y + 3 = 0$. Man berechne den Schnittpunkt und zeichne die beiden Geraden.