

## Übungsaufgaben für Mathematisches Denken

**Beispiel 1** Gegeben ist ein Dreieck mit den Eckpunkten  $A(0,0)$ ,  $B(3,0)$ ,  $C(0,5)$ . Man berechne die Koordinaten der Dreieckspunkte nach den folgenden ebenen Transformationen:

$$1. T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3. T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Man erkläre jede der auftretenden Transformationen und zeichne das Dreieck in seiner Ausgangslage und seiner Endlage. Wie groß ist die Determinante der jeweiligen Transformationen?

**Beispiel 2** Eine Transformation ist durch Zusammensetzung der beiden Transformationen  $T_1$  und  $T_2$  aus Beispiel 1 gegeben. Wie lautet ihre Darstellung? Wie sind die Koordinaten des Bildpunktes von  $P(2,3)$ ? Ist es egal ob zuerst  $T_1$  und dann  $T_2$  ausgeführt wird oder die Reihenfolge umgedreht wird?

**Beispiel 3** Der Punkt  $P(10,10)$  wird um den Ursprung verdreht. Wie lautet die Parameterdarstellung seiner Bahnkurve? Kann man aus dieser Parameterdarstellung eine implizite Gleichung berechnen?

**Beispiel 4** Gegeben sind die vier Kontrollpunkte  $\mathbf{b}_0 = (0,0)^t$ ,  $\mathbf{b}_1 = (2,0)^t$ ,  $\mathbf{b}_2 = (4,4)^t$ ,  $\mathbf{b}_3 = (0,8)^t$ . Man berechne den Bezierkurvenpunkt zum Parameterwert  $t = \frac{1}{4}$ . Weiters zeichne man das Kontrollpolygon samt dem berechneten Kurvenpunkt und skizziere danach den ungefähren Verlauf der Bezierkurve unter Beachtung der Bezierkurveneigenschaften.

**Beispiel 5** Eine Raumkurve ist gegeben durch  $\vec{x}(t) = (3t^3, t^2, t)$ . Man berechne die Tangente und die Krümmung für den Parameterwert  $t = 1$ .

**Beispiel 6** Gegeben sind die beiden Geraden  $g_1 : 2x + 3y - 2 = 0$  und  $g_2 : 5x - 7y + 3 = 0$ . Man berechne den Schnittpunkt und zeichne die beiden Geraden.